

2011年福建省高职高专升本科入学考试

高等数学 试卷

(考试时间 120 分钟, 满分 150 分)

答题说明: 请将答案写在答题纸相应的位置上。

注意事项: 答题写在试卷上一律不给分。

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将正确答案代码填写在答题纸相应位置上。

1. 若 $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$ 与 $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}}$ 是同一个函数, 则它们的定义域是 ()
- A. $[1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$
D. $(-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$
2. 在区间 $(-1, 1)$ 内, 函数 $f(x) = e^{2x-1}$ 是 ()
- A. 有界且单调增加函数 B. 有界且单调减少函数
C. 无界且单调增加函数 D. 无界且单调减少函数
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{x^2} - 1$ 是 $(\arctan x)^2$ 的 ()
- A. 高阶无穷小 B. 等阶无穷小
C. 低阶无穷小 D. 同阶无穷小, 但不是等价无穷小
4. 函数 $f(x)$ 在 $x \rightarrow x_0$ 时存在极限是 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续的 ()。
- A. 必要条件 B. 充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分, 也不必要条件
5. 设 $f(x)$ 为可导函数, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = ()$
- A. $f'(x)$ B. $\frac{1}{2}f'(x)$ C. $f'(0)$ D. $\frac{1}{2}f'(0)$
6. 设函数 $y = xe^{2x}$, 则 $y^{(10)} = ()$
- A. $2^{10}(2x+10)e^{2x}$ B. $2^9(2x+9)e^{2x}$ C. $2^{10}(2x+9)e^{2x}$ D. $2^9(2x+10)e^{2x}$

7. 若 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有 $f'(x) > 0, f''(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内 ()

A. 单调增加, 曲线 $f(x)$ 是凹的是凸的

B. 单调增加, 曲线 $f(x)$

C. 单调减少, 曲线 $f(x)$ 是凹的是凸的

D. 单调减少, 曲线 $f(x)$

8. 若 $f'(x)$ 为连续函数, 则下列等式正确的是 () .

A. $\int df(x) = f(x)$

B.

$(\int df(x))' = f(x)$

C. $\int f'(x) dx = f(x)$

D.

$d\int f(x) dx = f(x)$

9. 在空间直角坐标系中, $M_1(-12, -3)$ 与点 $M_2(12, -3)$ 关于 () 对称.

A. x 轴

B. yz 坐标面

C. zx 坐标面

D. 原点

10. 下列微分方程中 () 是二阶线性微分方程.

A. $xy' + y^2 = x$

B. $y'' + yy' = e^x$

C. $y^2 + y = 1$

D. $y'' + y' + e^x y = \cos x$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 设 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 则 $f\left(\frac{1}{f(x)-1}\right) =$ _____ .

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \tan x)^{3 \cot x} =$ _____ .

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \tan \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \sin x^2 \right) =$ _____ .

14. 曲线 $xe^y + xy + y = 1$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 _____ .

15. 函数 $f(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x \ln t dt$ 的极值点是_____。

16. 定积分 $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx =$ _____。

17. 广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx =$ _____。

18. 定积分 $\int_{-1}^1 (e^{2x} \tan x - 2(\arcsin x)^3 + 3) dx =$ _____。

19. 微积分 $y' - y = 1$ 的通解为_____。

20. 已知 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{a}$ 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则 $|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})| =$ _____。

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 7 分, 共 56 分)

21. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} 1 + \arctan \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ 1 - e^{\frac{1}{x}} \cos \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性; 若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的间断点, 指出间断点的名称。

22. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (t - \sin t) dt}{e^{x^4} - 1}$ 。

23. 已知函数 $y = \frac{(x-1)^3 \sqrt{x+2}}{(x-3)^2 e^{2x}}$, 求 dy 。

24. 求由参数方程 $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

25. 求不定积分 $\int \frac{\sqrt{1-x}}{x} dx$ 。

26. 计算定积分 $\int_0^3 \arctan \sqrt{x} dx$ 。

27. 求微分方程 $y' \cot x - y \cos x = 2x(\cot x)e^{-\cos x}$ 的通解。

28. 求过点 $M_0(1, -2, 3)$ ，且与直线 $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{3}$ 和 $l_2: \begin{cases} x=3t-1 \\ y=2t+3 \\ z=-t-2 \end{cases}$ 都平行的平面方程。

四、应用题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

29. 求由曲线 $y=\ln x$ 与直线 $y=0$ 和 $x=e$ 所围成的平面图形绕 y 轴所得到的旋转体体积。

30. 要做一个容积为 2π 的密闭圆柱罐头筒，问底半径 r 和筒高 h 如何确定才能使所用材料最省？

五、证明题（本大题共 1 小题，每小题 8 分，共 8 分）

31. 已知 $0 < a < b$, 试证 $\frac{b-a}{b} < \ln \frac{b}{a} < \frac{b-a}{a}$ 。

聚英专升本
Juying Education