

2010年福建省高职高专升本科入学考试

高等数学 试卷

(考试时间 120 分钟, 满分 150 分)

一、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将正确答案代码填写在答题纸相应位置上。

1. 函数 $f(x) = \frac{\sin(x+1)}{1+x^2}, (-\infty < x < +\infty)$ 是 ()
A. 有界函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 周期函数
2. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $g(x) = x$ 表示同一函数, 则它们的定义域是 ()
A. $(-\infty, 0]$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$
3. 设函数 $g(x)$ 在 $x=a$ 连续而 $f(x) = (x-a)g(x)$, 则 $f'(a) =$ ()
A. 0 B. $g'(a)$ C. $g(a)$ D. $f'(a)$
4. 设 $f(x) = x^{16} + 3x^3 - 5x + 1$, 则 $f^{(17)}(1) =$ ()
A. $17!$ B. $16!$ C. $15!$ D. 0
5. $x=0$ 是函数 $f(x) = e^{x^2+2x}$ ()
A. 零点 B. 驻点 C. 极值点 D. 非极值点
6. 设 $\int x f(x) dx = e^{-x^2} + C$, 则 $f(x) =$ ()
A. $x e^{-x^2}$ B. $-x e^{-x^2}$ C. $-2x e^{-x^2}$
D. $2x e^{-x^2}$
7. $d\left(\int_a^b \cos x^2 dx\right) =$ () / (其中 a, b 为常数)
A. $\sin x^2 dx$ B. $\cos x^2 dx$ C. 0
D. $2x \cos x^2 dx$
8. 广义积分 $\int_{-1}^{+\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx =$ ()

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. 0

9. 直线 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ 与平面 $\pi: x-5y+6z-7=0$ 的位置关系是 ()

- A. L 在 π 上 B. $L \perp \pi$ C. L 与 π 平行
D. L 与 π 相交, 但不垂直

10. 微分方程 $x(y')^2 - 3y^3y' + x = 0$ 的阶数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3
D. 4

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 函数 $y = 2 + \ln(x+1)$ 的反函数是 _____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 5x}{5x^2 + 3} \cdot \frac{5}{x} =$ _____

13. 曲线 $y = \cos x$ 上点 $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$ 处的法线的斜率等于 _____

14. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + 7h)}{h} = 3$, 则 $f'(x_0) =$ _____

15. / 函数 $f(x) = \arctan x$ 在 $[0, 1]$ 上使拉格朗日中值定理结论成立的 ξ 是 _____

16. 曲线 $y = xe^{-x}$ 的拐点是 _____

17. 设 $F(x)$ 为可微函数, 则 $\int dF(x) =$ _____

18. 定积分 $\int_{-2}^1 |x| dx =$ _____

19. 微分方程 $y' = 2x(1+y)$ 的通解是 _____

20. 设向量 $\vec{a} = \{1, 3, -2\}$ 与向量 $\vec{b} = \{2, 6, \lambda\}$ 平行, 则 $\lambda =$ _____

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 7 分, 共 56 分)

21. 设函数 $f(x) = \begin{cases} k - e^x & x > 0 \\ 3x - 1 & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 试求常数 k

22. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x \ln(t + e^t) dt}{1 - \cos x}$

23. 求由方程 $ye^x + \ln y = 2$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的一阶导数 $\frac{dy}{dx}$

24. 求由参数方程 $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ 所确定的函数 $y = y(x)$ 的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$

25. 求不定积分 $\int x^2 \arctan x dx$

26. 求定积分 $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$

27. 求微分方程 $xy' + 2y = 3x$ 的通解

28. 直线 L_1 满足以下条件: (1) 过点 $A(-1, 0, 4)$; (2) 平行于平面

$\pi: 3x - 4y + z - 10 = 0$; (3) 与直线 $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ 相交, 求 L_1 的方程。

四、应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

29. 求由曲线 $y = e^x, y = 2^{-x}$ 与直线 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积, 并求此平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积。

30. 欲做一个底面为长方形的带盖长方体盒子, 其底边长成 1: 2 的关系且体积为 72 cm^3 , 问其长、宽、高各为多少时, 才能使此长方体盒子的表面积最小?

五、证明题 (本大题共 1 小题, 每小题 8 分, 共 8 分)

31. 设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 在 $(1, 2)$ 内可导, 且 $f(2) = 0, F(x) = (x-1)f(x)$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (1, 2)$, 使得 $F'(\xi) = 0$