

# 2009年福建省高职高专升本科入学考试

## 高等数学 试卷

(考试时间 120 分钟, 满分 150 分)

答题说明: 请将答案写在答题纸相应的位置上。

注意事项: 答题写在试卷上一律不给分。

### 一、单项选择题

1. 下列四组函数中, 相同的是 ( )

A.  $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x$

B.  $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$

C.  $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x^3 \sqrt{x-1}$

D.  $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}, g(x) = \sin x$

2. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列四组函数中为等价无穷小的是 ( )

A.  $x^2$  和  $2x$

B.  $\sin x$  和  $x$

C.  $1 - \cos x$  和  $x^2$

D.  $\tan 2x$  和  $x$

3. 点  $x=1$  是函数  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$  的 ( )

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D. 振荡间断点

4. 函数  $f(x)$  在  $x=x_0$  处连续是  $f(x)$  在该点处可导的 ( )

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充分必要条件

D. 既不是充分条件, 也不是必要条件

5. 设函数  $f(x)$  在点  $x=x_0$  处可导, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - 2h)}{h}$  值为 ( )

A.  $-2f'(x_0)$

B.  $-\frac{1}{2}f'(x_0)$

C.  $2f'(x_0)$

D.  $\frac{1}{2}f'(x_0)$

6. 已知函数  $y = \ln(1+x)$ , 则  $y^{(9)}(x)$  为 ( )

A.  $\frac{9!}{(1+x)^9}$

B.  $-\frac{9!}{(1+x)^9}$

C.  $\frac{9!}{(1+x)^{10}}$

D.  $-\frac{9!}{(1+x)^{10}}$

7. 设函数  $f(x)$  的原函数为  $\arctan x$ , 则  $f(x)$  的导函数  $f'(x)$  为 ( )

- A.  $\arctan x$     B.  $\frac{1}{x^2+1}$     C.  $-\frac{2x}{x^2+1}$     D.  $-\frac{2x}{(1+x^2)^2}$

8. 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且  $f'(x) > 0$ , 那么 ( )

- A.  $f(0) < 0$     B.  $f(1) < 0$     C.  $f(1) < f(0)$     D.  $f(1) > f(0)$

9. 在空间直角坐标系中, 点  $M_1(1,2,3)$  与点  $M_2(1,-2,3)$  ( )

- A. 关于  $xOy$  面对称    B. 关于  $yOz$  面对称    C. 关于  $xOz$  面对称  
D. 关于原点对称

10. 微分方程  $(\frac{dy}{dx})^4 + (\frac{d^2y}{dx^2})^3 + xy^2 = 0$  的阶数为 ( )

- A. 2    B. 3    C. 4  
D. 5

## 二、填空题

11. 已知  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{k}{x}} = e^{10}$ , 其中  $k$  为常数, 则  $k =$  \_\_\_\_\_

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}) =$  \_\_\_\_\_

13. 已知函数  $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

14. 已知函数  $y = e^{-3x} \cos x$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_

15. 曲线  $y = x^3$  在  $x =$  \_\_\_\_\_ 处存在倾斜角为  $\frac{\pi}{4}$  的切线

16. 函数  $f(x) = \sqrt{x}$  在  $[1,4]$  上满足拉格朗日中值定理的点  $\xi =$  \_\_\_\_\_

17. 函数  $y = e^{-(x-1)^2}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内的拐点的横坐标为  $x =$  \_\_\_\_\_

18.  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx =$  \_\_\_\_\_

19. 已知向量  $\mathbf{a}$  的模为 2，向量  $\mathbf{b}$  的模为 1，它们的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ，则

$$(\vec{2a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

20. 二阶常系数齐次微分方程  $4\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + y = 0$  的通解  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

### 三、 计算题

21. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x (\arctan t)^2 dt}{\sqrt{1+x^2}}$

22. 已知分段函数  $f(x) = \begin{cases} 2+x\sin\frac{1}{x}, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ \frac{\ln(1+2x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$ ，讨论函数  $f(x)$  在点  $x=0$  处的连续性。

23. 设函数  $y = f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = (\ln t)^2 \\ y = t \ln t - t \end{cases} (t > 0)$  确定，求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$ 。

24. 设函数  $y = f(x)$  由方程  $y = xe^y$  确定，求  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

25. 求不定积分  $\int \frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}} dx$

26. 求定积分  $\int_0^{\frac{1}{2}} \arccos x dx$

27. 已知直线过空间中的点  $(2, -1, 1)$  且与平面  $2x - y + 3z - 4 = 0$  及平面  $x - 3y + z + 5 = 0$  都平行，求该直线的对称式方程。

28. 求一阶线性微分方程  $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 0$  的特解。

### 四、应用题

29. 将一段长  $a (a > 0)$  的铁丝切成两段，并将其中一段围成正方形，另一段围成圆形，为使正方形和圆形的面积之和最小，问两段铁丝的长各为多少？

30. 求抛物线  $y=x^2$  与直线  $y=2x+3$  所围成的平面图形的面积。

## 五、证明题

31. 证明方程  $e^x+1=4x^2$  至少有一个小于 1 的正实数根。



# 聚英专升本

Juying Education