

2007 年福建省专升本入学考试

高等数学 试卷

(考试时间 120 分钟, 满分 150 分)

答题说明: 请将答案写在答题纸相应的位置上。

注意事项: 答题写在试卷上一律不给分。

一、单项选择题

1. 设 $f(x) = 2\ln(1+2x)$, 则 $f(x)$ 的定义域是 ()

A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{2})$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| = 1 \\ -1, & |x| > 1 \end{cases}$, $g(x) = e^x$, 则 ()

A. $g[f(x)] = \begin{cases} e, & |x| \leq 1 \\ 1, & |x| > 1 \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$

C. $f[g(x)] = \begin{cases} e, & |x| < 1 \\ -1, & |x| = 1 \\ e^{-1}, & |x| > 1 \end{cases}$ D. $g[f(x)] = \begin{cases} e, & |x| < 1 \\ 1, & |x| = 1 \\ -e, & |x| > 1 \end{cases}$

3. 当 $x \rightarrow 0$, 下列函数中能称为 x^2 的等价无穷小的是 ()

A. $\cos x - 1$ B. $\frac{1 - \cos x}{2}$ C. $\sqrt{1+x^2} - 1$ D. $(e^x - 1)\sin x$

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在其定义域上每一点可导, 则 ()

A. $n = -1$ B. $n > 0$ C. $n > 1$ D. $n = 1$

5. 设 $f(x), g(x)$ 和 $\varphi(x)$ 都是奇函数, 下列函数中为偶函数的是 ()

A. $f(x) \cdot g(x) \cdot \varphi(x)$ B. $f(x) + g(x) + \varphi(x)$

C. $f(x) + g(x) \cdot \varphi(x)$ D. $f(x) \cdot [g(x) + \varphi(x)]$

6. 在闭区间 $[-1, 1]$ 上, 下列函数中满足罗尔 (Rolle) 定理全部条件的是 ()

- A. $f(x) = |x|$ B. $f(x) = x^2$ C. $f(x) = x$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

7. 设 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{x^2} , 则 $f'(x) =$ ()

- A. xe^{x^2} B. $2x^2e^{x^2}$ C. $2(1+2x^2)e^{x^2}$ D. $2(1+x^2)e^{x^2}$

8. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt =$ ()

- A. $2x$ B. $1+2x^2$ C. $2x+1$ D. $2x-1$

9. 直线 $x = y = \frac{z-1}{3}$ 与平面 $x+2y-z+1=0$ 的位置关系是 ()

- A. 垂直 B. 平行但不相交 C. 直线在平面上 D. 相交但不平行

10. 下列微分方程中为一阶线性非齐次方程的是 ()

- A. $2y' + y^2 = 1$ B. $2(y')^2 + y^2 = 1$ C. $xy' + e^x y = 0$ D.

$xy' + e^x y = x^2$

二、 填空题

11. 设 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 则 函 数

$f^{-1}\left(\frac{1}{1+x}\right) =$ _____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{x}} =$ _____

13. 设 函 数 $f(x) = \frac{1}{1-e^{\frac{x}{\ln x}}}$, 则 $f(x)$ 的 间 断 点 $x =$ _____

14. 设 函 数 $y = y(x)$ 由 $\ln(x+y) = xy^2 + \sin x$ 确 定, 则

$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} =$ _____

15. $4 \int_0^{\pi} \sqrt{\pi^2 - x^2} dx =$ _____

16. 设向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 3$, 则 $|(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})| =$ _____

17. 曲线 $y = x^3 + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为 _____

18. 设 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上连续 ,

$$\int_{-1}^1 [f(x) - f(-x)] dx =$$

19. 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ _____

20. 微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 的通解为 _____

三、计算题

21. 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\int_0^x e^t dt)^2}{\int_0^x e^{2t} dt}$

22. 设 $y = \ln(1+x)$, 求 y''

23. 求 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值和最小值

24. 求 $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}} dx$

25. 求微分方程 $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$ 的通解

26. 求 $\int_0^1 x e^x dx$

27. 求过点 $M(1, 2, -1)$ 且与直线 $\begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 3t - 4 \\ z = t - 1 \end{cases}$ 平行的直线方程

28. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 求 a

四、应用题

29、某平面均匀薄片工作的形状是由 $y=1-x^2$ 与 x 轴所围成，其面密度为 3，求该工件的质量.

30、将一块边长为 a 的正方形薄铁皮的四个角裁去同样大小的正方形，做成一个无盖的长方体容器，求该容器的最大容量.

五、证明题

31、证明对任何 $x > 0$ ，有不等式 $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x)$ ；并证明对任何正整数 n ，有

$$\frac{n}{1+n} < \ln\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

聚英专升本
Juying Education